

# 基于 Hough 谱的任意形状表示与配准

王彩玲 赵春霞

(南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094)

**摘要** 提出了基于 Hough 谱的形状表示与配准方法,定义了一种新颖的加权平均 Hough 谱来表示任意形状,总结并证明了形状 Hough 谱所具有的平移、旋转、缩放和周期特性。对任意两个形状进行配准时,可在相应 Hough 谱中估计出形状的旋转与缩放参数,并在相应 Hough 密度空间中估计形状平移参数。本文方法在 SIID 形状集上进行了大量的实验,结果表明,加权平均 Hough 谱能有效地估计形状间的平移、旋转与缩放参数,对噪声、遮挡等具有一定的鲁棒性,具有较高的配准精度。

**关键词** 形状表示 形状配准 加权平均 Hough 谱

中图法分类号: TP319 文献标志码: A 文章编号: 1006-8961(2010)05-764-06

## Arbitrary Shape Representation and Registration Based on Hough Spectrum

WANG Cailing, ZHAO Chunxia

(The School of Computer Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

**Abstract** A novel shape representation and registration method based on Hough spectrum is developed in this paper. The weighted-average Hough spectrum (WAHS) is defined for the representation of arbitrary shapes, and the translation, rotation, scale and periodic properties of WAHS are summarized and proved. When registration, the parameters of rotation and scale can be estimated easily from the phase and amplitude of WAHS, and the parameter of translation can be estimated in the Hough density space. Experiments show that the method is effective to estimate the parameters of translation, rotation and scale, and is immune to noise and overlapping.

**Keywords** shape representation, shape registration, weighted-average Hough spectrum(WAHS)

## 0 引言

图像配准将同一场景在不同时刻、不同视角或不同传感器得到的两幅或者多幅图像重叠在一起,从几何学来讲就是建立待配准图像和模板图像之间对应变换关系<sup>[1]</sup>。图像配准是机器视觉和医学成像中最重要的步骤之一,是进行多源图像分析的基础,常用于遥感、图像融合、图像拼接、医学图像处理、图像增强及图像复原等<sup>[1]</sup>。形状是物体最基本的有感知意义的元素之一,在计算机视觉和模式识别中,形状是对目标轮廓的二值表示,也是目标识

别的重要基础<sup>[2]</sup>。形状配准就是通过一定的匹配准则来估计形状间的变换参数。

目前的配准方法有多种,由于应用领域广泛,没有一种通用方法可解决所有问题。基于特征(如图像中直线、角点等)的检测方法<sup>[3]</sup>,在图像的两组特征中搜索对应的特征对,确定图像间的变换关系,只适用于具有特定特征的结构化图像;最近点迭代(ICP)算法<sup>[4]</sup>是经典的配准方法,通过迭代调整变换参数使待配准图像和模板图像的距离逐渐减小,并在到达极小值时可求取配准参数,但通常无法估计出缩放参数,且当存在较严重的噪声和遮挡时,易陷入局部极小,另外算法的启动需要初始估计。

基金项目:国家自然科学基金重点项目(60632050);国防基础技术研究项目(K1702020302)

收稿日期:2008-07-19;改回日期:2009-02-27

第一作者简介:王彩玲(1979—),女,南京理工大学计算机科学与技术学院博士研究生。主要研究方向为图像处理、机器视觉等。

E-mail: sstto@tom.com

Hough 变换通常被用来检测图像中的直线、圆等解析几何形状,具有相位特性<sup>[5]</sup>,在此基础上定义的 Hough 谱不依赖于特定形状,对噪声和遮挡具有一定的鲁棒性。基于 Hough 谱的机器人地图匹配自定位技术在机器人 SLAM 中得到应用<sup>[6]</sup>,但文献[6]中定义的 Hough 谱无法估计出缩放参数。本文定义了一种新的加权平均 Hough 谱,保留了更丰富的形状信息,能完成任意形状间的旋转、缩放与平移 3 个变换参数的估计,具有较高的配准精度。

本文给出了 Hough 变换的定义并提出了一种新的 Hough 谱,提出并证明了形状 Hough 谱所具有的旋转、平移、缩放及周期特性,以此为基础设计了任意形状的配准方法,最后介绍了配准算法的实验结果及分析。

## 1 形状的 Hough 谱表示及性质

Hough 变换将图像空间映射到参数空间。文献[6]详细介绍了直线 Hough 变换原理,通常采用离散 Hough 变换即将参数空间的  $\rho, \theta$  按照一定的步长离散化并建立一个以  $\rho, \theta$  为索引的 2 维表决器,表决器中存放的值即为输入空间通过 Hough 变换后在参数空间中的表决次数。

**定义 1** Hough 变换将输入数据  $i(s), s \in S$  ( $S$  为图像空间)映射为  $HT\{i\}(\rho), \rho \in P$  ( $P$  参数空间),设  $F_p \subset S$  为以  $P$  为下标的点集,则  $i(s)$  的 Hough 密度函数定义为

$$HT[F, i](\rho) = \oint_{F_p} i(s) ds \quad (1)$$

选用直线的 Hough 变换<sup>[6]</sup>,常采用直线的极坐标参数形式,即

$$\rho = x_i \cos \theta + y_i \sin \theta \quad (2)$$

**定义 2** 图像空间  $S$  中点集  $P_i (i = 1, 2, \dots, n)$ , 经过 Hough 变换后得到对应的  $HT[\theta, \rho]$ , 给定函数  $g$  具有平移不变性, 即若  $f'(t) = f(t + a)$  则  $g[f] = g[f']$ , 则广义 Hough 谱  $HS_g[i](\theta)$  定义为  $g[HT[i](\theta, \cdot)]$ 。

文献[6]中 Hough 谱的定义为  $g[f] = \sum_{i=1}^n f_i^2$ , 无法反映形状间的缩放因子。为了尽量保留更丰富的形状信息,并便于利用相关函数的局部极大值估计旋转角度  $\varphi$ , 新的 Hough 谱  $HS_g[i](\theta)$  定义为  $\sum_{j=1}^n t_j (\rho_j - \bar{\rho})^2 \cdot \left(\sum_{j=1}^n t_j\right)^{-1}$ 。

称为加权平均 Hough 谱,它不仅考虑了参数空间的表决次数,而且考虑了像素在 Hough 空间中的径向距离,是估计缩放参数的必要条件。Hough 谱中的横坐标  $\theta$  表示谱相位,纵坐标  $HS_g[i](\theta)$  表示谱幅度。式中  $n$  为  $\rho$  的离散总步数,  $t_j$  为所有像素经过 Hough 变换后在  $(\rho_j, \theta)$  处的表决次数,其中

$$\bar{\rho} = \sum_{j=1}^n (\rho_j \cdot t_j) \cdot \left(\sum_{j=1}^n t_j\right)^{-1} \quad (3)$$

下面提出了 Hough 谱所具有的平移、旋转、缩放及周期特性,并证明了这些性质。

**定理 1** 加权平均 Hough 谱对原图像具有平移不变性。

**证明** 给定图像空间  $S$  中  $i(s)$  与  $i'(s)$  满足  $i'(s) = i(s + T)$ , 由于 Hough 空间中的  $t_j$  的分布与平移量  $T$  无关<sup>[6]</sup>, 向量  $HT'(\theta, \cdot)$  与向量  $HT(\theta, \cdot)$  相差相同的平移量  $(\cos(\theta), \sin(\theta))T$ , 即  $(\rho'_j - \bar{\rho}')^2 = (\rho_j - \bar{\rho})^2$ 。因而,  $HS_g[i](\theta) = HS_g[i'](\theta)$ , 定理得证。

**定理 2** 图像旋转的角度  $\varphi$  与相应加权平均 Hough 谱平移的角度  $\varphi'$  相等。

**证明** 假设图像空间  $S$  中两组输入数据  $i(s)$  与  $i'(s)$  满足  $i'(s) = i(R_\varphi \cdot s)$ , 则  $HT'(\theta, \rho) = HT(\theta + \varphi, \rho)$ <sup>[6]</sup>, 即  $HT'(\theta, \cdot) = HT(\theta + \varphi, \cdot)$ , 且 Hough 谱函数  $g$  具有平移不变性可得出  $HS_g[i](\theta) = HS_g[i'](\theta + \varphi)$ , 定理得证。此为加权平均 Hough 谱的旋转特性。

**定理 3** 如果形状缩放  $\alpha$  倍 ( $\alpha > 0$ , 为实数), 则对应的加权平均 Hough 谱缩放  $\alpha^2$  倍。

**证明** 定理 2 已证明了 Hough 谱的平移不变性, 将输入空间的坐标原点平移至形状的中心, 则缩放前后的两个形状可假设为  $i'(s) = \alpha \cdot i(s)$ ,  $\alpha$  为缩放因子, 在 Hough 空间中  $\rho$  与  $t$  的相对分布不变, 按照定义 2, 则  $HS_g[i'](\theta) = \alpha^2 HS_g[i](\theta)$ , 定理得证。此为加权平均 Hough 谱的缩放特性。

**定理 4** 加权平均 Hough 谱以  $\pi$  为周期。

**证明** 由文献[6]可知  $HT(\theta, \rho) = HT(\theta + \pi, -\rho)$ 。  $\forall j > 0, j \leq n, j$  为自然数,  $n$  为  $\rho$  离散的总步数。则由第 1 节中  $t_j$  的定义可知  $t_j(\theta, \rho_j) = t_j(\theta + \pi, -\rho_j)$ ; 显然  $HT(\theta, \bar{\rho}) = HT(\theta + \pi, -\bar{\rho}), (\rho_j - \bar{\rho})_0^2 = (\rho_j - \bar{\rho})_{\theta+\pi}^2 (j = 1, 2, \dots, n)$ , 由加权平均 Hough 谱的定义可知  $HS_g[i](\theta) = HS_g[i](\theta + \pi)$ , 定理得证。此为加权平均 Hough 谱的周期性。

利用加权平均 Hough 谱的周期性, 计算过程中, Hough 变换的角度尺度可简化到  $0 \sim \pi$  的范围,

可提高计算效率,只需将估计出的旋转角  $\varphi$  扩展到谱的第 2 个周期  $\pi \sim 2\pi$  就可以得到原图像中全局搜索的结果。

由加权平均 Hough 谱的旋转、平移、缩放特性可得出如下结论:Hough 谱的相位反映了图像的旋转角度,Hough 谱的幅值反映了图像的缩放因子,因而加权平均 Hough 谱较好地描述了形状的刚体变换特性。

## 2 基于 Hough 谱的形状配准方法

配准过程中,首先将两组形状的边界坐标数据映射到 Hough 空间,按定义 2 分别构造加权平均 Hough 谱(图 1 步骤 3),对两个 Hough 谱进行相关处理(图 1 步骤 4),并求取平移角度  $\varphi$ ,即形状间的旋转角(图 1 步骤 5,6);按式(5)来估计形状缩放因子  $\alpha$ (图 1 步骤 7,8);并对对齐后的 Hough 密度函数进行相关处理,求取形状平移量  $T$ (图 1 步骤 10)。通过这一系列操作,最终完成两个形状间的配准,即旋转、缩放和平移参数的估计。详细流程图见图 1。

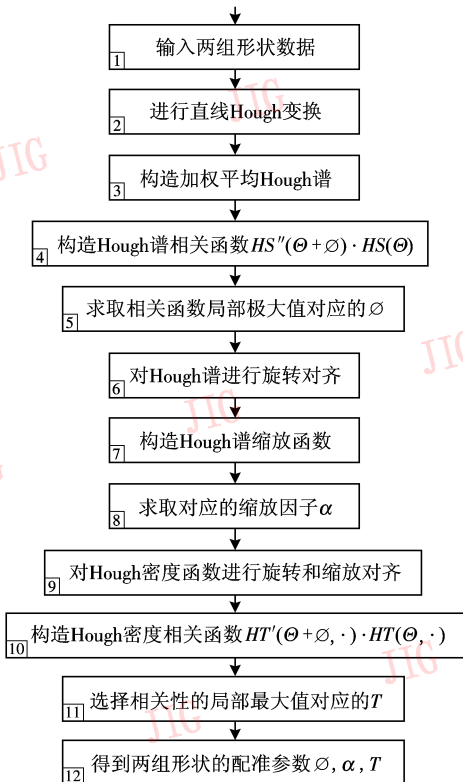


图 1 基于 Hough 谱的形状配准流程图

Fig. 1 The workflow chart of shape registration based on the Hough spectrum

配准算法的关键步骤详细设计如下:

1) 构造 Hough 谱相关函数,求取旋转参数  $\varphi$

由于形状的缩放使得 Hough 谱呈线性变化,不影响两个 Hough 谱相关函数的相关性估计,故以下的分析过程假定  $i'(s) = i(R_\varphi \cdot s + T)$ ,经过 Hough 变换得到  $HT_1(\theta, \rho), HT_2(\theta + \varphi, \rho + (\cos \theta, \sin \theta)T)$ ,对应的 Hough 谱  $HS_g[i](\theta), HS_g[i](\theta + \varphi)$ ,由于 Hough 谱与  $T$  无关,且对  $\theta$  具有平移不变性,计算两个形状的 Hough 谱相关函数:

$$corr_{HS}(\varphi) = \sum_{\theta \in \Theta} DHS^S(\theta) \bullet DHS^R(\theta + \varphi) \quad (4)$$

式中,  $\bullet$  表示谱函数的点乘运算。  $DHS^S(\theta)$  为  $i(s)$  的离散 Hough 谱,  $DHS^R(\theta)$  为  $i'(s)$  的离散 Hough 谱。谱的平移角  $\varphi$  反映形状间的旋转角,通过求取式(4)的极大值来估计旋转角  $\varphi$ ,即

$$\varphi^* = \arg \max_{\varphi} (corr_{HS}(\varphi)) \quad (5)$$

得到  $\varphi^*$  为形状间的旋转参数。

2) 构造 Hough 谱缩放函数,求取缩放因子  $\alpha$

根据加权平均 Hough 谱的缩放特性,模板形状和目标形状的 Hough 谱分别进行积分可得缩放关系,并可直接解析出缩放因子。

$$\alpha = \left\{ \int_0^\pi HS_g[i'](\theta) d\theta \cdot \left( \int_0^\pi HS_g[i](\theta) d\theta \right)^{-1} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

3) 构造 Hough 密度相关函数,求取平移参数  $T$

按照式(5)、式(6)得到的旋转角与缩放因子,首先对 Hough 谱进行旋转与缩放对齐。对于待配准的形状,无法预知表示两个形状数据点的对应关系,以及噪声产生干扰,所以无法在 Hough 谱上直接解析  $T$ ,本文通过 Hough 密度函数来估计  $T$ 。将  $HT_2(\theta, \rho)$  沿  $\theta$  平移  $\varphi$ ,并缩放  $\alpha$  倍之后得到  $HT'_2(\theta, \rho)$ ,这样两个形状的 Hough 密度函数只在密度空间的  $\rho$  方向上存在差异,且  $\rho_{HT'_2} = \rho_{HT_1} + (\cos \theta, \sin \theta)T$ ,那么对于选定的  $\theta^*$ ,  $T$  可由式(7)和式(8)计算得到。

定义的 Hough 密度相关函数为

$$corr_{HT}(T) = \sum_{\rho \in \Gamma} HT_1(\theta^*, \rho) \bullet HT'_2(\theta^*, \rho) \quad (7)$$

式中,  $\theta^* = \arg \text{LocMAX}(DHS^S(\theta))$  为通过求取局部极大值得到的旋转参数。平移参数的估计通过在对应 Hough 密度空间上求取局部极大值得到,即

$$T^* = \arg \max_T (corr_{HT}(T)) \quad (8)$$

### 3 实验与分析

本文方法在 SIID 形状集<sup>[7]</sup>上进行了大量形状的 Hough 谱生成与配准实验,实验结果表明本文方法具有良好的性能,下面介绍并分析部分实验结果。下文图中坐标均以像素为单位,坐标的差异记录了二者的缩放与平移值。

图 2(a)和图 2(b)分别是两幅待配准的形状图像,图 3 为对应形状的 Hough 谱表示,图 2(c)显示了基于 Hough 谱的形状配准参数的估计结果,配准结果图 2(c)是将待配准形状图 2(a)按照配准结果进行旋转( $\theta$ )、缩放( $scale$ )和平移( $T$ )变换后与模板形状图 2(b)在同一坐标系下的显示结果,图 2(c)的下部显示了待配准图像的配准参数。实验结果表明了本文方法对任意复杂形状具有良好的配准效果与精度。

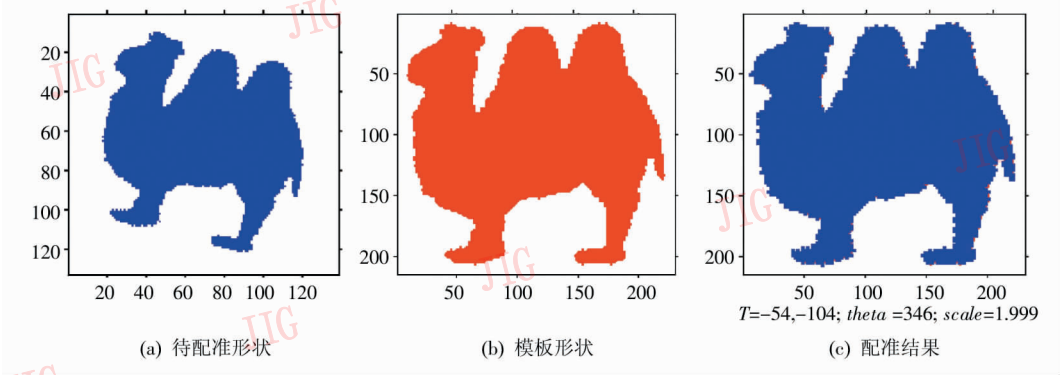


图 2 形状的旋转、缩放、平移变换参数估计

Fig. 2 Registration parameter estimation of the rotation, scale and translation between shapes

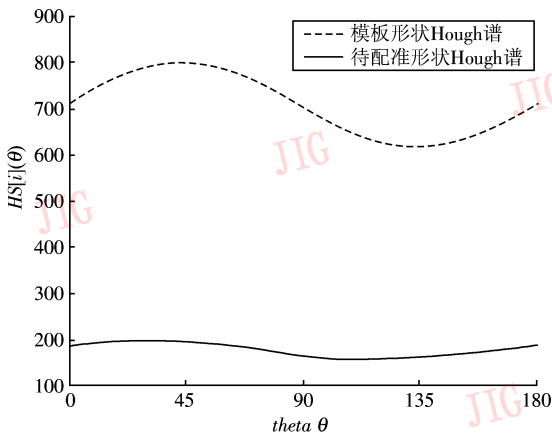


图 3 形状的 Hough 谱表示

Fig. 3 Shape representation based on the Hough spectrum

定义的 Hough 谱反映了形状的全局特性,且配准时,进行参数空间的全局搜索,对形状的局部遮挡具有一定的鲁棒性。图 4(a)为局部遮挡的待配准形状,图 4(b)为模板形状,图 4(c)的下部显示了待配准形状的配准参数,图 4(c)显示了按照配准参数将二者变换到同一坐标系后的结果。

实验结果表明,本文的配准方法对局部遮挡具有一定的鲁棒性。

现实中,待配准形状与模板形状通常来自于不同传感器、不同采集时间或不同采集环境,因而待配准形状往往会受噪声干扰,对这一情况进行了实验验证。图 5(a)所示为加入一定量级(如  $\delta = 0.03$ ) 高斯噪声的待配准图像,进行轮廓提取后,与图 5(b)

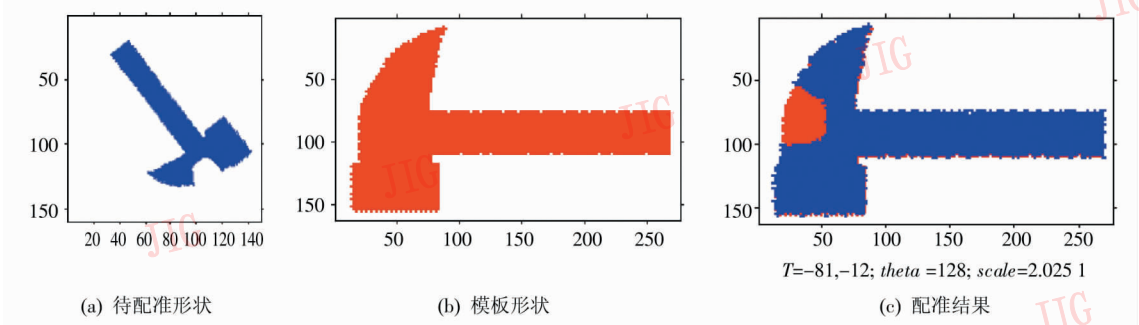


图 4 遮挡情况下的形状配准结果

Fig. 4 Registration results under occlusion

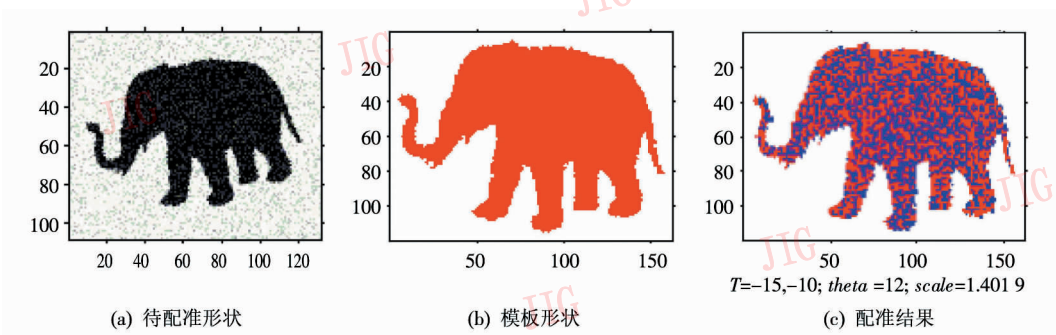


图 5 噪声影响下形状的配准结果

Fig. 5 Registration results under noise

所示模板形状进行 Hough 谱下的配准操作,图 5(c) 的下部显示了待配准形状的配准参数,图 5(c) 显示了按照配准参数将二者变换到同一坐标系后的结果。

为了进一步验证噪声对配准精度的影响,对图 5 所示的待配准形状图像中加入不同级别的零均值高斯白噪声,实际平移、缩放、旋转参数分别为  $(-15, -11)$  像素、1.4,  $12^\circ$ , 分别与模板形状进行配准,结果如表 1。

当待配准形状图像中加入适度(如  $\delta \leq 0.1$ ) 零均值噪声时,对配准的平移、旋转参数没有影响,对缩放参数影响较小。当噪声较大(如  $\delta = 0.12$ ) 时,对配准结果影响较大。提取形状轮廓时,如果采用适当的噪声抑制算法,还可进一步减小噪声的影响。总体来看,本文的配准方法具有较强的抗噪声干扰能力。

表 1 不同级别噪声环境下的配准结果

Tab. 1 Registration results under several levels of noise

组别	噪声方差/ $(\delta)$	平移/像素	缩放	旋转参数/ $(^\circ)$
1	0	$(-15, -10)$	1.4045	12
2	0.03	$(-15, -10)$	1.4019	12
3	0.07	$(-15, -10)$	1.3978	12
4	0.1	$(-15, -10)$	1.4017	12
5	0.12	$(-18, -10)$	1.3929	11

为了验证本文配准方法的适应性,在 SIID 形状集上进行了各种形状、各种平移幅度、各种缩放比例、各象限旋转角下的综合测试,表 2 列出了部分组合情况下的配准实验统计结果。大量的实验表明,估计出来的 3 项配准参数均具有较高的精度,表明本文方法具有较强的适应性,具有重要应用价值。

表 2 SIID 形状集上配准的实验结果

Tab. 2 Registration results on the SIID dataset

组别	形状名称	原图实际平移、旋转、缩放量			配准量估计值		
		平移/像素	旋转/ $(^\circ)$	缩放	平移/像素	旋转/ $(^\circ)$	缩放
1	Camel	$(-54, -104)$	346	2.0000	$(-54, -104)$	346	1.9990
2	Hammer	$(-81, -13)$	128	2.0200	$(-81, -12)$	128	2.0251
3	Bone	$(-46, -7)$	98	1.5000	$(-46, -8)$	98	1.5025
4	Brick	$(0, -5)$	190	2.5100	$(0, -4)$	190	2.5251
5	Fork	$(38, 47)$	8	0.8330	$(38, 46)$	8	0.8314
6	Triangle	$(-105, -18)$	60	1.1980	$(-104, -19)$	60	1.1943
7	Car	$(-89, -31)$	250	1.0000	$(-88, -31)$	250	0.9969
8	Key	$(-43, -16)$	276	0.3333	$(-42, -15)$	276	0.3335
9	Key	$(-77, -20)$	30	3.0000	$(-77, -19)$	30	3.0163
10	Tool	$(5, 0)$	0	1.0000	$(5, 0)$	0	1.0004

## 4 结 论

提出了一种新颖的加权平均 Hough 谱,可以表示任意形状,具有很多重要的性质,可以完成形状间的平移、旋转与缩放 3 种变换的配准。形状坐标映射到 Hough 空间后生成加权平均 Hough 谱,利用该谱所具有的平移、缩放、旋转和周期特性,可以很方便地估计出形状间的旋转、缩放和平移 3 项配准参数。整个实现过程在 Hough 谱及 Hough 密度空间上进行,过程较为单一,便于模块化操作。在 SIID 形状集上进行了大量的配准实验,实验结果表明,提出的基于 Hough 谱的形状配准方法能有效地估计形状间的平移、旋转与缩放 3 项参数,对噪声、遮挡等具有一定的鲁棒性,具有较高的配准精度,具有重要的应用价值。

## 参考文献 (References)

[1] Zitova B, Flusser J. Image registration methods: A survey[J].

Image and Vision Computing, 2003, 21(11): 977-1000.

[2] Aguado A S, Montiel E, Nixon M S. Invariant characterization of the Hough transform for pose estimation of arbitrary shapes[J]. Pattern Recognition, 2002, 35(5): 1083-1097.

[3] Linger mann K, Surmann H, Nücher A, et al. Indoor and outdoor localization for fast mobile robots [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and System. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2004: 2185-2190.

[4] Sharp G C, Lee S W, Wehe D K. ICP registration using invariant features[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2002, 24(1): 90-102.

[5] Chunhavittayatera S, Chitsobhuk O, Tongprasert K. Image registration using Hough transform and phase correlation [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Advanced Communication Technology. New York, USA: IEEE, 2006: 973-977.

[6] Censi A, Iocchi L, Grisetti G. Scan matching in the Hough domain [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation. New York, USA: IEEE, 2005: 2739-2744.

[7] Cooper D. Shape Indexing of Image Databases[EB/OL]. [2008-07-19]. <http://www.lems.brown.edu/vision/researchAreas/SIID/>.